# Soluciones Matemáticas CCSS PCE 2024.

Convocatoria mayo. Fecha de examen 22/05/2024

## PARTE 1.- CUESTIONES

1. Una matriz A es diagonal si se cumple que:

a) Es cuadrada y los elementos no pertenecientes a la diagonal principal son todos iguales a 0.

b) Todos los elementos de la diagonal principal son iguales.

c) Todas las anteriores.

2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 12 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -6 & 0 & 6 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$, el resultado de hacer A x B es:

a) La matriz nula de orden 3.

b) No es posible hacer A x B.

c) Ninguna de las otras.

$$A \times B = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 12 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 & 0 & 6 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, el valor de $A^{-1}$ es:

a) La matriz A no es invertible

b) $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$

c) Ninguna de las otras.

$$|A| = \begin{vmatrix} 6 & -5 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

$$\text{Adj } A = \begin{pmatrix} 1 & +1 \\ +5 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \text{Adj } A^T = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj } A^T}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}}{1} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
Gran vía Fernando el Católico 23
46008 Valencia

4. Dada la inecuación $6x + 26 < 2$. La solución general es:

a) $(-\infty, 4)$

b) $(4, \infty)$

c) Ninguna de las otras.

$6x < -24$

$x < -4$

$-\infty$ sí | no $+\infty$; $-4$

sol: $(-\infty, -4)$

5. ¿Cuál es el valor del siguiente límite $\lim_{\to -\infty} f(x)$, si se sabe que $f(x) = -e^{-6x}$?

a) 0

b) $-\infty$

c) Ninguna de las otras.

$$\lim_{x \to -\infty} -e^{-6x} = -e^{\infty} = -\infty$$

6. Dada la función $f(x) = \frac{-6x}{\sqrt{x^2+6}}$ el dominio de la función es:

a) $(6, \infty)$

b) $(-6, \infty)$

c) Ninguna de las otras.

$x^2+6=0 \longrightarrow \nexists$ ptos de x que anulen el denominador

Dom $f(x) = \mathbb{R}$

7. La función $f(x) = \frac{6x^2}{x-3}$ tiene un máximo en el punto:

a) x= 0

b) x= 6

c) Ninguna de las otras.

$$f(x) = \frac{6x^2}{x-3}$$

$$f'(x) = \frac{12x(x-3) - 6x^2}{(x-3)^2} = \frac{6x^2-36x}{(x-3)^2}$$

$$6x^2 - 36x = 0 \longrightarrow x(6x-36) = 0 \begin{cases} x=0 \\ x=6 \end{cases}$$

$\nearrow$ 0 $\searrow$ 6 $\nearrow$

$x=0 \rightarrow$ máx

$x=6 \rightarrow$ mín

8. Hallar $\int \left(\frac{6x}{x^2} - \frac{6}{x}\right) \mathrm{d}x$

a) $6\ln(x^2) - 6\ln|x| + C$

b) $6x \ln|x| + C$

c) Ninguna de las otras.

$$\int \frac{6\cancel{x}}{x^{\cancel{2}}}dx - \int \frac{6}{x}dx = 6\ln|x| - 6\ln|x| = 0$$

9. Si en un experimento con siete posibles resultados se sabe que las probabilidades de cada uno son: P(R1) = 0,12; P(R2) = 0,21; P(R3) = 0,14; P(R4) = 0,14; P(R5) = 0,1; P(R6) = a; y P(R7) = b. Se puede afirmar:

a) a = 0,3 y b = 0,05

b) a = 0,15 y b = 0,14

c) a = −0,2 y b = 0,35

$0{,}12 + 0{,}21 + 0{,}14 + 0{,}14 + 0{,}1 + a + b = 1$

$0{,}71 + a + b = 1$

$a + b = 0{,}29$

comprobamos:

a) $0{,}3 + 0{,}05 \neq 0{,}29$ NO

b) $0{,}15 + 0{,}14 = 0{,}29$ SÍ

c) $-0{,}2 + 0{,}35 \neq 0{,}29$ NO

10. Dado dos sucesos A y B tales que P(A  B) = 0,2; P(A ∪ B) = 0,4 y P(A/B) = 0,8 se puede afirmar:

a) P(B) = 0,25

b) P(B | A) = 0,2

c) $P(\overline{B}) = 0{,}6$

• $P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(B) = \frac{0{,}2}{0{,}8} = 0{,}25 \rightsquigarrow P(\overline{B}) = 0{,}75$

• $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$\hookrightarrow P(A) = P(A\cup B) - P(B) + P(A\cap B)$

$= 0{,}4 - 0{,}25 + 0{,}2 = 0{,}35$

• $P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}2}{0{,}35} = 0{,}57$

11. Si la variable aleatoria Z sigue una distribución N(0,1) podemos afirmar que:

a) P(Z ≤ 1,17) = 0,879

b) P(Z ≤ 1,17) = 0,121

c) Ninguna es correcta.

Lo buscamos en la tabla adjunta al examen.

| z | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | $\boxed{0,8790}$ | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |

12. Dada X una variable aleatoria normal N(**μ, 2**) si queremos estimar la media muestral, $\overline{X}$, con un error menor de 0,25 y con un nivel de confianza del 95%. ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra? Nota: $Z_{\alpha/2}$ = 1,96

a) n = 246

b) n = 105

c) n = 174

$$\varepsilon = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$0{,}25 = 1{,}96 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}}$$

$$\sqrt{n} = \frac{3{,}92}{0{,}25} \rightarrow (\cancel{\sqrt{n}})^{\cancel{2}} = (15{,}68)^2 \rightarrow n = 245{,}86 \approx 246$$

## PARTE 2.- PROBLEMAS

1. En un instituto dos grupos de alumnos van de excursión y compran camisetas, gorros y bufandas. En la matriz A se indica el número de artículos que ha comprado cada grupo, y en la matriz B se muestran los precios de los artículos en las 3 tiendas que han visitado.

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{Camisetas} & \text{Gorros} & \text{Bufandas} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 25 & 20 & 15 \\ 20 & 15 & 25 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \text{Grupo 1} \\ \text{Grupo 2} \end{array}$$

$$B = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} T1 & T2 & T3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 10 & 11 & 10 \\ 15 & 14 & 12 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \text{Camisetas} \\ \text{Gorros} \\ \text{Bufandas} \end{array}$$

**a)** Multiplica las matrices.

$$AB = \begin{pmatrix} 25 & 20 & 15 \\ 20 & 15 & 25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 10 & 11 & 10 \\ 15 & 14 & 12 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 25(5)+20(10)+15(15) & 25(6)+20(11)+15(14) & 25(7)+20(10)+15(12) \\ 20(5)+15(10)+25(15) & 20(6)+15(11)+25(14) & 20(7)+15(10)+25(12) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 125+200+225 & 150+220+210 & 175+200+180 \\ 100+150+375 & 120+165+350 & 140+150+300 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 550 & 580 & 555 \\ 625 & 635 & 590 \end{pmatrix}$$

**b)** ¿Cuál es el coste de los artículos del Grupo 1 si compran todos sus artículos en la tienda T2? Indica qué elemento de la matriz nos da esa información. ¿Cuál es el coste de los artículos del Grupo 2 si compran todos sus artículos en la tienda T3? Indica qué elemento de la matriz nos da esa información.

El coste de los artículos del Grupo 1 en la tienda T2 está dado por el elemento en la primera fila y segunda columna del producto matriz AB:

$$AB_{12}=580$$

El coste de los artículos del Grupo 2 en la tienda T3 está dado por el elemento en la segunda fila y tercera columna del producto matriz AB:

$$AB_{23}=590$$

**c)** ¿Cuál sería la tienda más barata si los dos grupos compraran todo en el mismo lugar, y cuánto habría que pagar? ¿Cuál sería la tienda más cara si los dos grupos compraran todo en el mismo lugar y cuánto habría que pagar?

Para encontrar la tienda más barata y más cara para ambos grupos comprando todos sus artículos en el mismo lugar, sumamos los elementos correspondientes de las matrices resultantes:

Tienda 1: 550 + 625 = 1175
Tienda 2: 580 + 635 = 1215
Tienda 3: 555 + 590 =1145

La tienda más barata es la tienda T3 con un coste de 1145 euros y la tienda más cara es la tienda T2 con un coste de 1215 euros.

**2.** Una compañía tiene las siguientes funciones de ingresos y gastos, en euros, y donde x es la cantidad de unidades vendidas:

$$I(x) = 6x^4 + 6x^2 - 20x - 200$$
$$G(x) = 6x^4 + 4x^2 + 200$$

Determine:

**a)** La función que define el beneficio anual en euros. ¿Cuándo el beneficio es nulo?

$B(x) = I(x) - G(x)$

$B(x) = (6x^4 + 6x^2 - 20x - 200) - (6x^4 + 4x^2 + 200)$

$B(x) = 6x^4 + 6x^2 - 20x - 200 - 6x^4 - 4x^2 - 200$

$B(x) = 2x^2 - 20x - 400$

Para encontrar cuándo el beneficio es nulo, resolvemos $B(x)=0$:

$2x^2 - 20x - 400 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 20 \; ; \; x = -10$

Las unidades vendidas para que el beneficio sea nulo son 20 (desechamos el valor negativo).

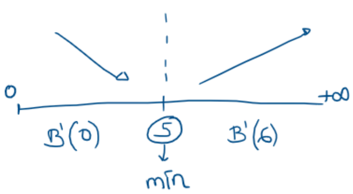
**b)** Número de unidades vendidas que hace mínima la función de beneficio.

$B'(x) = 4x - 20$

$4x - 20 = 0$

$x = 5$

**c)** Intervalos de crecimiento y decrecimiento del beneficio.




la función es decreciente en $[0, 5)$

la función es creciente en $(5, +\infty)$

$x = 5$ es un mínimo relativo

**3.** En un centro de secundaria, aprueban Biología 4 de cada 5 alumnos, las Matemáticas las aprueban 2 de cada 3 alumnos y 3 de cada 5 alumnos aprueban Lengua.

**a)** Nombra los sucesos del experimento y determina las probabilidades de los mismos.

$B = \{\text{aprobar biología}\}$ $\quad M = \{\text{Aprobar matemáticas}\}$ $\quad L = \{\text{Aprobar lengua}\}$

$P(B) = \frac{4}{5}$ ; $P(\bar{B}) = 1 - P(B)$ $\quad P(M) = \frac{2}{3}$ ; $P(\bar{M}) = 1 - P(M)$ $\quad P(L) = \frac{3}{5}$ ; $P(\bar{L}) = 1 - P(L)$

Elegido al azar un alumno de entre los que asisten en ese centro calcula la probabilidad de que:

**b** Suspenda las tres asignaturas.

$$P(\bar{B} \cap \bar{M} \cap \bar{L}) = \left(1 - \frac{4}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{3}{5}\right) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{75} \approx 0{,}02\widehat{6}$$

**c)** Suspenda solo una de las asignaturas.

$$P(\bar{B} \cap M \cap L) \cup P(B \cap \bar{M} \cap L) \cup P(B \cap M \cap \bar{L})$$

$$= \left(\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}\right) = \frac{2}{25} + \frac{4}{25} + \frac{16}{75} = \boxed{\frac{34}{75}} \approx 0{,}45\widehat{3}$$